SUDUT-SUDUT BERELASI

MATEMATIKA WAJIB KELAS X

PENYUSUN

Tinasari Pristiyanti

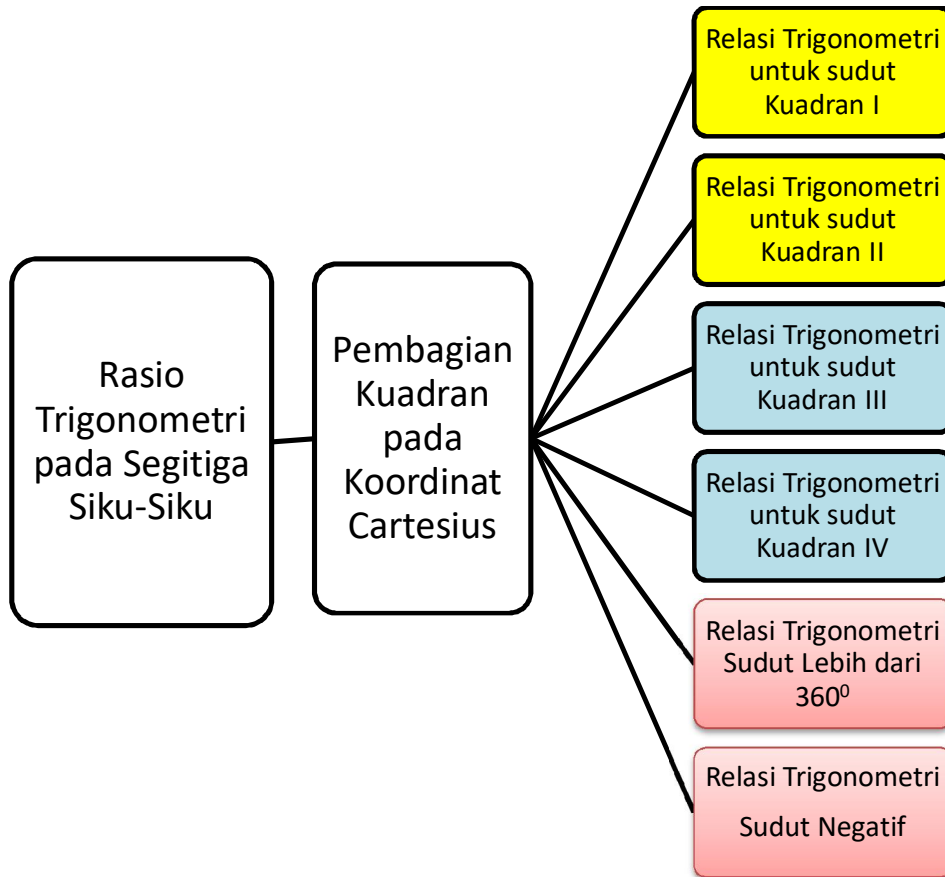
SMA Negeri 3 Bogor

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

Trigonometri	:	fungsi yang menghubungkan besar sudut dengan perbandingan sisi-sisi segitaga siku-siku.
Koordinat Cartesius	:	digunakan untuk menentukan kedudukan titik dalam bidang dengan menggunakan dua bilangan yang biasa disebut koordinat x (absis) dan koordinat y (ordinat) dari titik tersebut.
Sinus (Sin)	:	dalam matematika adalah perbandingan sisi segitiga yang ada di depan sudut dengan sisi miring (dengan catatan bahwa segitiga itu adalah segitiga siku-siku atau salah satu sudut segitiga itu 90^o)
Cosinus (Cos)	:	dalam matematika adalah perbandingan sisi segitiga yang terletak di sudut dengan sisi miring (dengan catatan bahwa segitiga itu adalah segitiga siku-siku atau salah satu sudut segitiga itu 90^o)
Tangen (Tan/Tg)	:	dalam matematika adalah perbandingan sisi segitiga yang ada di depan sudut dengan sisi segitiga yang terletak di sudut (dengan catatan bahwa segitiga itu adalah segitiga siku-siku atau salah satu sudut segitiga itu 90^o)
Kuadran	:	adalah seperempat lingkaran, yaitu setiap dari empat bagian suatu bidang datar yang terbagi oleh suatu sumbu silang (atau sumbu-x dan sumbu-y)
Perbandingan Sudut Berelasi	:	Adalah perbandingan trigonometri sudut berelasi merupakan perluasan dari definisi dasar trigonometri tentang kesebangunan pada segitiga siku-siku yang hanya memenuhi untuk sudut kuadran I atau sudut lancip (0 – 90°)

PETA KONSEP

Rasio Trigonometri pada Segitiga Siku-Siku
Pembagian Kuadran pada Koordinat Cartesius
Relasi Trigonometri untuk sudut Kuadran I
Relasi Trigonometri untuk sudut Kuadran II
Relasi Trigonometri untuk sudut Kuadran III
Relasi Trigonometri untuk sudut Kuadran IV
Relasi Trigonometri Sudut Lebih dari 360^0
Relasi Trigonometri Sudut Negatif

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran : Matematika Umum
Kelas : X
Alokasi Waktu : 3 x 2 JP (3 Kegiatan pembelajaran)
Judul Modul : Sudut-Sudut Berelasi

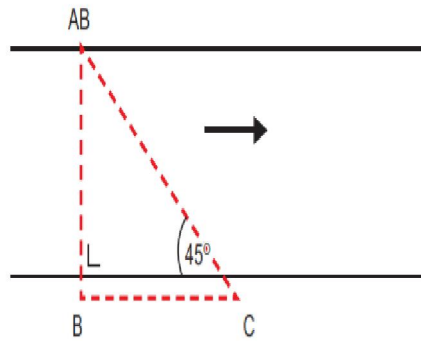
B. Kompetensi Dasar

3. 8 Menggeneralisasi rasio trigonometri untuk sudut-sudut di berbagai kuadran dan sudut-sudut berelasi

4.8 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan rasio trigonometri sudut-sudut di berbagai kuadran dan sudut-sudut berelasi

C. Deskripsi Singkat Materi

Sumber: https://img.okezone.com/content/2019/10/28/320/2122764/daftar-jembatan-ikonik-di-indonesia-dari-papua-hingga-palembang-uO4yrK1vdT.jpg

Jembatan merupakan sarana yang sangat penting sebagai penghubung atau akses antar lokasi pada daerah-daerah dengan banyak sungai, atau rintangan-rintangan seperti lembah dalam, alur sungai, danau, saluran irigasi, kereta api dan jalan raya yang melintang tidak sebidang. Saat ini, petani pada beberapa daerah masih menggunakan sungai untuk mengangkut hasil panen dengan menggunakan sampan misalkan di Kalimantan. Kita dapat menaksir panjang jembatan yang akan dibangun di atas sungai menggunakan konsep sudut trigonometri. Berikut ilustrasinya:

AB dimisalkan dengan panjang yang dibutuhkan, titik A diwakili dengan pohon/benda lain yang ada di seberang sungai yang digunakan sebagai acuan. BC adalah jarak yang sengaja dibuat untuk mentaksir panjang jembatan.

Dengan menggunakan konsep di atas, diperoleh panjang AB dengan menggunakan sifat tangent maka diperoleh:

$$tan\ AB\ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow\ tan\ 45^0 = \frac{AB}{BC} \Rightarrow\ AB\ =\ 1.BC$$

Kita telah mengetahui bersama bahwa $tan\ 45^0 = 1$, maka diperoleh bahwa panjang AB = BC.

Kita ketahui bahwa dalam satu putaran besar sudutnya adalah 360^0. Sebagai sudut putar, sudut dikelompokkan menjadi empat wilayah atau kuadran didasarkan pada besarnya sudut, yaitu:

1. Sudut-sudut yang terletak di kuadran I, yaitu sudut-sudut yang besarnya antara 0^0 sampai 90^0 atau $0^0 < x < 90^0$.
2. Sudut-sudut yang terletak di kuadran II, yaitu sudut-sudut yang besarnya antara 90^0 sampai 180^0 atau $9^0 < x < 180^0$.
3. Sudut-sudut yang terletak di kuadran III, yaitu sudut-sudut yang besarnya antara 180^0 sampai 270^0 atau $180^0 < x < 360^0$.
4. Sudut-sudut yang terletak di kuadran IV, yaitu sudut-sudut yang besarnya antara 270^0 sampai 360^0 atau $270^0 < x < 360^0$.
5. Selain sudut pada berbagai kuadran, terdapat pula sudut yang besarnya lebih besar dari 360^0 atau sudut negatif.

Pada modul kali ini kita akan mempelajari nilai trigonometri pada berbagai kuadran dan nilai-nilai sinus, cosinus dan tangen yang saling bersesuaian pada semua kuadran.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Materi bahasan pada modul ini terbagi menjadi **tiga** kegiatan pembelajaran, yaitu:

1. Kegiatan pembelajaran **pertama** membahas tentang sudut-sudut berelasi pada kuadran I dan kuadran II
2. Kegiatan pembelajaran pertama terbagi atas 2 bagian, yaitu bagian 1 membahas tentang sudut-sudut berelasi pada kuadran I. Bagian 2 membahas tentang sudut-sudut berelasi pada kuadran II.
3. Kegiatan pembelajaran **kedua** membahas tentang sudut-sudut berelasi pada kuadran III, kuadran IV dan sudut yang lebih besar dari 360^0

4. Kegiatan pembelajaran kedua terdiri atas 2 bagian. Bagian 1 membahas tentang sudut-sudut berelasi di kuadran III dan bagian 2 membahas tentang sudut-sudut berelasi di kuadran IV
5. Kegiatan pembelajaran **ketiga** membahas tentang sudut yang besarnya lebih dari 360^0 dan sudut bernilai negatif.
6. Kegiatan pembelajaran ketiga terdiri atas 2 bagian. Bagian 1 membahas tentang sudut yang besarnya lebih dari 360^0 dan bagian 2 membahas tentang sudut negatif.
7. Selesaikan setiap bagian dengan tuntas baru berlanjut ke bagian yang berikutnya.
8. Pahami tiap kegiatan dengan tuntas, jangan melanjutkan ke kegiatan berikutnya bila masih ada yang belum dipahami.
9. Setiap kegiatan belajar dilengkapi dengan latihan yang menjadi alat ukur tingkat penguasaan kalian, setelah mempelajari modul ini.
10. Jika kalian belum menguasai 70% dari latihan pada setiap kegiatan pembelajaran, maka kalian dapat mengulanginya kembali.
11. Apabila kalian masih mengalami kesulitan dalam memahami materi yang ada dalam modul ini, silahkan anda berdiskusi dengan teman sekelas yang berada di sekitar rumah anda.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **3** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan, dan soal evaluasi.

Pertama : Sudut-sudut berelasi pada kuadran I dan kuadran II

Kedua : Sudut-sudut berelasi pada kuadran II dan kuadran IV

Ketiga : Sudut-sudut berelasi yang besarnya lebih dari 360^0 dan sudut negatif.

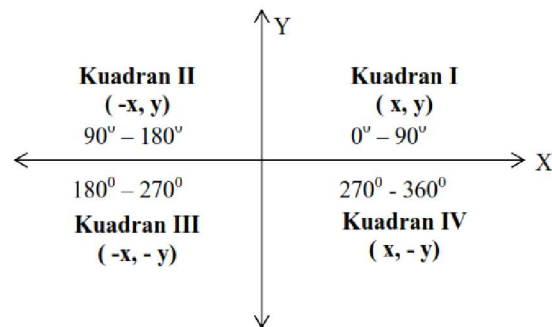
KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
SUDUT – SUDUT BERELASI PADA KUADRAN I DAN II

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan kalian dapat:

1. Menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut-sudut yang berelasi di kuadran I
2. Menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut-sudut yang berelasi di kuadran II

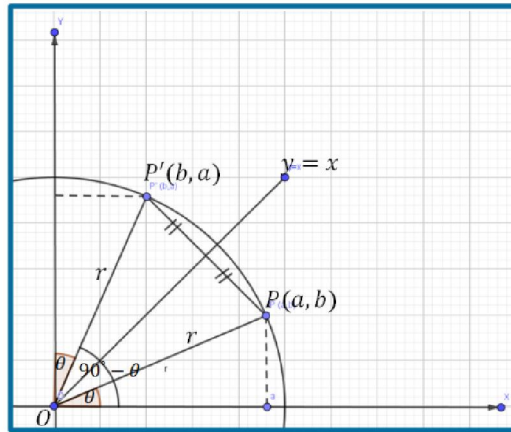
B. Uraian Materi

Sumbu – sumbu pada koordinat membagi bidang koordinat menjadi empat daerah yang disebut sebagai kuadran. Berdasarkan itu maka sudut dalam sebuah koordinat Cartesius dapat dibagi menjadi 4 daerah seperti pada gambar berikut:

Pembagian sudut pada tiap kuadran dapat dibagi menjadi berikut:

Kuadran	Sudut
Kuadran I	$0^0 < x < 90^0$
Kuadran II	$90^0 < x < 180^0$
Kuadran III	$180^0 < x < 270^0$
Kuadran IV	$270^0 < x < 360^0$

BAGIAN 1. SUDUT BERELASI PADA KUADRAN I

Sudut θ untuk $0^0 < \theta < 90^0$ memiliki relasi dengan sudut-sudut di kuadran I yang meliputi:

a) Relasi sudut θ dengan sudut $(90^0 - \theta)$

Perhatikan gambar berikut!

Diketahui sebuah lingkaran yang berpusat di titik O(0,0) dan berjari-jari r, titik P(x,y) dan $\theta = \angle POP'$

Untuk mendapatkan relasi sudut θ dengan sudut $(90^0 - \theta)$ maka titik P(x,y) dicerminkan terhadap garis y = x

Berdasarkan data di atas, dan ingat kembali rasio nilai trigonometri pada segitiga siku-siku maka diperoleh:

Nilai Perbandingan Trigonometri		**Kesimpulan**
Sudut θ dengan P(a,b)	Sudut $(90^0 - \theta)$ dengan P'(a,b)	Relasi sudut θ dengan sudut $(90^0 - \theta)$
$Sin\ \theta = \frac{b}{r}$	$Sin\ (90^0 - \theta) = \frac{a}{r}$	$Sin\ (90^0 - \theta) = Cos\ \theta$
$Cos\ \theta = \frac{a}{r}$	$Cos\ (90^0 - \theta) = \frac{b}{r}$	$Cos\ (90^0 - \theta) = Sin\ \theta$
$Tan\ \theta = \frac{b}{a}$	$Tan\ (90^0 - \theta) = \frac{a}{b}$	$Tan\ (90^0 - \theta) = \frac{1}{Tan\ \theta}$

b) Relasi sudut θ dengan sudut $(360^0 + \theta)$
Perhatikan gambar berikut!

Diketahui sebuah lingkaran yang berpusat di titik O(0,0) dan berjari-jari r, titik P(x,y) dan $\theta = \angle POP'$
Untuk mendapatkan relasi sudut θ dengan sudut $(360^0 + \theta)$ maka rotasikan titik P(x,y) berlawanan arah jarum jam sejauh 360^0

Berdasarkan data di atas, maka dapat dibuat tabel sebagai berikut!

Nilai Perbandingan Trigonometri		**Kesimpulan**
Sudut θ dengan P(a,b)	Sudut $(360^0 + \theta)$ dengan P'(a,b)	Relasi sudut θ dengan sudut $(360^0 + \theta)$
$Sin\ \theta = \frac{b}{r}$	$Sin\ (360^0 + \theta) = \frac{b}{r}$	$Sin\ (360^0 + \theta) = Sin\ \theta$
$Cos\ \theta = \frac{a}{r}$	$Cos\ (360^0 + \theta) = \frac{a}{r}$	$Cos\ (360^0 + \theta) = Cos\ \theta$
$Tan\ \theta = \frac{b}{a}$	$Tan\ (360^0 + \theta) = \frac{b}{a}$	$Tan\ (360^0 + \theta) = Tan\ \theta$

BAGIAN 2. SUDUT BERELASI PADA KUADRAN II

a) Relasi sudut θ dengan sudut $(90^0 + \theta)$

Diketahui sebuah lingkaran yang berpusat di titik O(0,0) dan berjari-jari r, titik P(x,y) dan $\theta = \angle POP'$
Untuk mendapatkan relasi sudut θ dengan sudut $(90^0 + \theta)$ maka cerminkan titik P(x,y) terhadap sumbu-y

Berdasarkan data di atas, maka diperoleh:

Nilai Perbandingan Trigonometri		**Kesimpulan**
Sudut θ dengan P(a,b)	Sudut $(90^0 + \theta)$ dengan P'(a,b)	Relasi sudut θ dengan sudut $(90^0 + \theta)$
$Sin\ \theta = \frac{y}{r}$	$Sin\ (90^0 + \theta) = \frac{x}{r}$	$Sin\ (90^0 + \theta) = Cos\ \theta$
$Cos\ \theta = \frac{x}{r}$	$Cos\ (90^0 + \theta) = -\frac{y}{r}$	$Cos\ (90^0 + \theta) = -Sin\ \theta$
$Tan\ \theta = \frac{y}{x}$	$Tan\ (90^0 + \theta) = -\frac{x}{y}$	$Tan\ (90^0 + \theta) = -\frac{1}{Tan\ \theta}$

b) Relasi sudut θ dengan sudut $(180^0 - \theta)$

Diketahui sebuah lingkaran yang berpusat di titik O(0,0) dan berjari-jari r, titik P(x,y) dan $\theta = \angle POP'$
Untuk mendapatkan relasi sudut θ dengan sudut $(180^0 - \theta)$ maka cerminkan titik P(x,y) terhadap sumbu-y

Berdasarkan data di atas, maka diperoleh:

Nilai Perbandingan Trigonometri		**Kesimpulan**
Sudut θ dengan P(a,b)	Sudut $(180^0 - \theta)$ dengan P'(a,b)	Relasi sudut θ dengan sudut $(180^0 - \theta)$
$Sin\,\theta = \frac{y}{r}$	$Sin\,(180^0 - \theta) = \frac{y}{r}$	$Sin\,(180^0 - \theta) = Sin\,\theta$
$Cos\,\theta = \frac{x}{r}$	$Cos\,(180^0 - \theta) = -\frac{x}{r}$	$Cos\,180^0 - \theta) = -\,Cos\,\theta$
$Tan\,\theta = \frac{y}{x}$	$Tan\,(180^0 - \theta) = -\frac{y}{x}$	$Tan\,(180^0 - \theta) = -Tan\,\theta$

Untuk lebih memahami relasi sudut-sudut dalam kuadran I dan II dan untuk mendapatkan nilai-nilai trigonometrinya, maka kalian perhatikan contoh berikut ini.

CONTOH 1

Untuk setiap perbandingan trigonometri berikut, nyatakan dalam perbandingan trigonometri sudut komplemennya!

a) Sin 20°
b) Tan 40°
c) Cos 53°

Jawab:

a) Sin 20° = Sin (90° - 70°) = Cos 70°
   Hal ini berarti bahwa nilai Sin 20° sama dengan nilai Cos 70°

b) Tan 40° = Tan (90° - 50°) = Cot 50°
   Hal ini berarti bahwa nilai Tan 40° sama dengan nilai Cot 50°

c) Cos 53° = Cos (90° - 37°) = Sin 37°
   Hal ini berarti bahwa nilai Cos 53° sama dengan nilai Sin 73°

CONTOH 2

Nyatakan Tan 143° dalam sudut 37° !

Jawab:

Sudut 143° terletak pada kuadran II, sehingga tan 143° bernilai negatif.

Tan 143° = Tan (180° – 37°) = - Tan 37°

Maka Tan 143° dapat dinyatakan dalam sudut 37° sebagai -Tan 37°.

CONTOH 3

Tentukan nilai dari Sin 150°. Cosec 135°.

Jawab:

Sudut 150^0 dan 135^0 keduanya berada di kuadran I, maka kita menggunakan relasi sudut di kuadran I.

$$Sin\ 150^0 . Cosec\ 135^0 = Sin\ (180-30)^0 . \frac{1}{Sin\ (180-45)^0}$$

$$= Sin\ 30^0 . \frac{1}{Sin\ 45^0} = \frac{1}{2} . \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

C. Rangkuman

Berdasarkan pembahasan di atas, maka sudut-sudut berelasi pada kuadran I dan II dapat disimpulkan sebagai berikut:

KUADRAN I

$$Sin\ (90^0 - \theta) = Cos\ \theta$$
$$Cos\ (90^0 - \theta) = Sin\ \theta$$
$$Tan\ (90^0 - \theta) = \frac{1}{Tan\ \theta}$$

$$Sin\ (360^0 + \theta) = Sin\ \theta$$
$$Cos\ (360^0 + \theta) = Cos\ \theta$$
$$Tan\ (360^0 + \theta) = Tan\ \theta$$

KUADRAN II

$$Sin\ (90^0 + \theta) = Cos\ \theta$$
$$Cos\ (90^0 + \theta) = -Sin\ \theta$$
$$Tan\ (90^0 + \theta) = -\frac{1}{Tan\ \theta}$$

$$Sin\ (180^0 - \theta) = Sin\ \theta$$
$$Cos\ 180^0 - \theta) = -Cos\ \theta$$
$$Tan\ (180^0 - \theta) = -Tan\ \theta$$

D. Latihan Soal

1. Tentukan nilai eksak dari bentuk berikut: (nyatakan dalam bentuk paling sederhana)
    a. cot 150^0
    b. cos 120^0
2. Tentukan nilai trigonometri berikut dalam sudut lancip
    a. sin 165^0
    b. tan 105^0
3. Diketahui nilai $cos\ a\ = -\frac{1}{3}$ dan a berada dikuadran II maka tentukan nilai $sin\ a$.
4. Diketahui nilai $sin\ b\ = \frac{2}{3}$ dan a berada dikuadran II maka tentukan nilai $tan\ b$
5. Tentukan bentuk sederhana dari $\frac{sin\ 70^0.sec\ 140^0\ tan\ 50^0}{cos\ 20^0.sec\ 40^0\ tan\ 130^0}$.
6. Tentukan bentuk sederhana dari $\frac{cos\ 75^0.sec\ 15^0}{cos\ 15^0.cot\ 165^0}$.
7. Tentukan nilai dari $cos^2\ 30^0 - sin^2\ 135^0\ + 8\ sin\ 45^0\ cos\ 135^0$.
8. Jika x di kuadran II dan tan x = a, maka tentukan nilai sin (90+x).

PEMBAHASAN

No	Pembahasan	Skor Maksimal
1	a. $cot\ 150^0 = \frac{1}{tan\ 150^0} = \frac{1}{tan\ (18\ -30)^0} = \frac{1}{-tan\ 30} = -\frac{3}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$ b. $cos\ 120^0 = cos\ (180-60)^0 = -cos\ 60^0 = -\frac{1}{2}$	5 5
2.	a. $sin\ 165^0 = sin\ (180-15)^0 = sin\ 15^0$ b. $tan\ 105^0 = tan\ (90+15)^0 = -cot\ 15^0$	5 5
3.	Karena a berada di kuadran II, maka 90⁰ < a < 180⁰. Karena a berada di kuadran II, mana nilai dari sin a adalah positif. Dengan menggunakan rasio trigonometri pada segitiga siku-siku maka diperoleh bahwa: Dengan melihat segitiga siku-siku di samping, maka diperoleh bahwa: $sin\ a = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	10
4.	Pembahasan: Karena b berada di kuadran II, maka nilai tan b adalah negatif. Perhatikan segitiga siku-siku dibawah ini: Dengan melihat segitiga siku-siku disamping, maka diperoleh bahwa: $tan\ b = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2}{5}\sqrt{5}$	10
5.	Pembahasan: $\frac{sin\ 70^0 . sec\ 140^0\ tan\ 50^0}{cos\ 20^0 . sec\ 40^0\ tan\ 130^0}$ $= \frac{sin\ 70^0 . sec\ 140^0\ tan\ 50^0}{cos\ (90-70)^0\ . sec\ (180-140)^0 tan\ (180-50)^0}$ $= \frac{sin\ 70^0 . sec\ 140^0 tan\ 50^0}{sin\ 70^0 . (-sec\ 140^0) . (-tan\ 50^0)} = 1$	10
6.	$\frac{cos\ 75^0 . sec\ 15^0}{cos\ 15^0 . cot\ 165^0} = \frac{cos\ 75^0 . sec\ 15^0}{cos\ (90-75)^0 . cot\ (180-15)^0}$ $= \frac{cos\ 75^0 . sec\ 15^0}{-cos\ 75^0 . -1\ (cot\ 15^0)}$	10

	$= \frac{-1.\ cos\ 15^0}{cos\ 15^0 .\ sin\ 15^0} = -\frac{1}{sin\ 15^0}$ $= cosec\ 15^0$	
7.	$cos^2\ 30^0 - sin^2\ 135^0\ + 8\ sin\ 45^0\ cos\ 135^0$ $= \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 8\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$ $= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 8.\frac{1}{2}$ $= \frac{1}{4} - 4 = 3\frac{3}{4}$	10
8.	Karena x berada di kuadran II, maka $90^0 < x < 180^0$, maka nilai dari Sin x adalah positif. Dengan menggunakan rasio trigonometri pada segitiga siku-siku Dengan melihat segitiga siku-siku di samping, maka diperoleh: $Sin\ x = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 1}}$ Sin (90+x) = Sin x = $\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$ a $\sqrt{a^2 + 1}$ x 1	10
	Jumlah Skor	80
	Jumlah nilai	$\frac{Skor}{Jumlah\ Skor}\ X\ 100$

E. Penilaian Diri

Berilah tanda ceklist (V) pada kotak yang kalian anggap paling sesuai. Setelah mempelajari dan mengerjakan pembelajaran 1 pada modul ini, bagaimana penguasaan kalian terhadap materi-materi berikut:

No	Materi	Tidak Menguasai	Kurang Menguasai	Menguasai
1	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi di kuadran I dalam bentuk sudut $(90\text{-}x)^0$			
2.	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi di kuadran I dalam bentuk sudut $(360\text{-}x)^0$			
3.	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi di kuadran II dalam bentuk sudut $(90+x)^0$			
4.	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi di kuadran II dalam bentuk sudut $(180\text{-}x)^0$			

Catatan:

1. Jika soal latihan kalian memperoleh nilai <70% maka kembali pelajari dan ulang kembali pembelajaran 1 dari awal.
2. Jika dari ceklist yang kalian buat <80% tidak atau kurang dikuasai, maka kembali pahami dan ulang kembali kegiatan pembelajaran 1 dari awal.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
SUDUT – SUDUT BERELASI PADA KUADRAN III DAN IV

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan dapat:

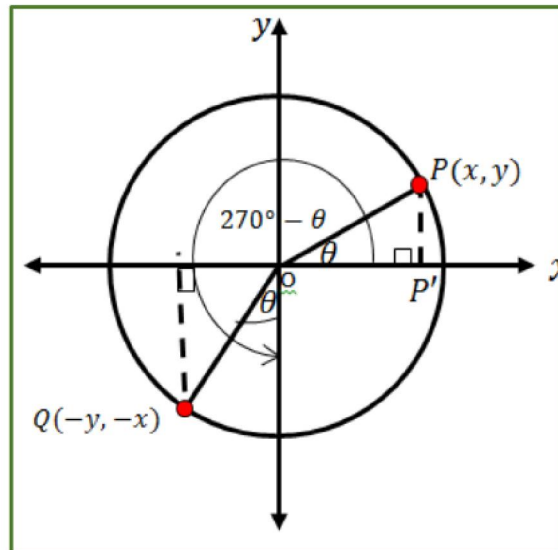
1. Menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut-sudut yang berelasi di kuadran III
2. Menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut-sudut yang berelasi di kuadran IV

B. Uraian Materi

Pada pembelajaran ini kalian akan melanjutkan untuk membahas sudut berelasi untuk sudut yang berada pada kuadran III dan kuadran IV. Sama seperti pada pembelajaran sebelumnya, maka pada pembelajaran kali ini kita juga akan mendapatkan 4 (empat) bentuk sudut berelasi.

BAGIAN 1. SUDUT BERELASI PADA KUADRAN III

Sudut θ untuk $0^0 < x < 90^0$, memiliki relasi dengan sudut-sudut di kuadran III meliputi relasi sudut θ dengan sudut $(270^0 - \theta)$ atau relasi sudut sudut θ dengan sudut $(180^0 + \theta)$

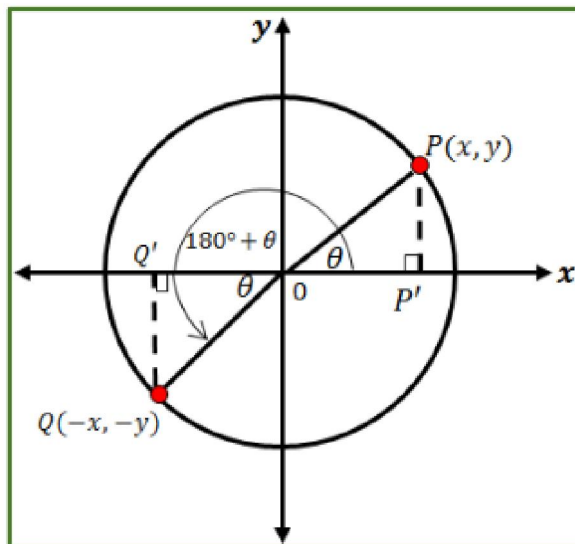
a) Relasi sudut θ dengan sudut $(270^0 - \theta)$

Diketahui sebuah lingkaran yang berpusat di titik O(0,0) dan berjari-jari r, titik P(x,y) dan $\theta = \angle POP'$

Untuk mendapatkan relasi sudut θ dengan sudut $(270^0 - \theta)$ maka cerminkan titik P(x,y) terhadap garis y = x dan dilanjutkan dengan rotasi sejauh 180^0 berlawanan arah jarum jam.

Berdasarkan data di atas, maka diperoleh:

Nilai Perbandingan Trigonometri		**Kesimpulan**
Sudut θ dengan P(a,b)	Sudut $(270^0 - \theta)$ dengan Q'(-y, -x)	Relasi sudut θ dengan sudut $(270^0 - \theta)$
$sin\,\theta = \frac{y}{r}$	$sin\ (270^0 - \theta) = -\frac{x}{r}$	$sin\ (270^0 - \theta) = -Cos\,\theta$
$cos\,\theta = \frac{x}{r}$	$cos\ (270^0 - \theta) = -\frac{y}{r}$	$cos\ (270^0 - \theta) = -Sin\,\theta$
$tan\,\theta = \frac{y}{x}$	$tan\ (270^0 - \theta) = \frac{x}{y}$	$tan\ (270^0 - \theta) = \frac{1}{Tan\,\theta}$

Dari tabel di atas terdapat beberapa perbandingan trigonometri sudut θ dengan sudut $(270^0 - \theta)$ yang bernilai sama dengan tanda positif dan negatif yang berbeda/sama.

b) Relasi sudut θ dengan sudut $(180^0 + \theta)$

Diketahui sebuah lingkaran yang berpusat di titik O(0,0) dan berjari-jari r, titik P(x,y) dan $\theta = \angle POP'$

Untuk mendapatkan relasi sudut θ dengan sudut $(180^0 + \theta)$ maka cerminkan titik P(x,y) dirotasikan sejauh 180^0 berlawanan arah jarum jam.

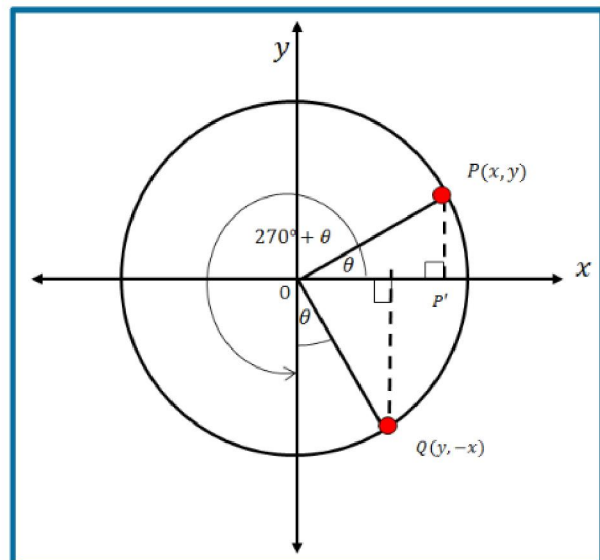
Berdasarkan data di atas, maka diperoleh:

Nilai Perbandingan Trigonometri		Kesimpulan
Sudut θ dengan P(a,b)	Sudut $(180^0 + \theta)$ dengan Q'(-y, -x)	Relasi sudut θ dengan sudut $(180^0 + \theta)$
$sin\,\theta = \frac{y}{r}$	$sin\,(180^0 + \theta) = -\frac{y}{r}$	$sin\,(180^0 + \theta) = -sin\,\theta$
$cos\,\theta = \frac{x}{r}$	$cos\,(180^0 + \theta) = -\frac{x}{r}$	$cos\,(180^0 + \theta) = -\,cos\,\theta$
$tan\,\theta = \frac{y}{x}$	$tan\,(180^0 + \theta) = \frac{y}{x}$	$tan\,(180^0 + \theta) = tan\,\theta$

Dari tabel di atas terdapat beberapa perbandingan trigonometri sudut θ dengan sudut $(180^0 + \theta)$ yang bernilai sama dengan tanda positif/negatif yang berbeda/sama.

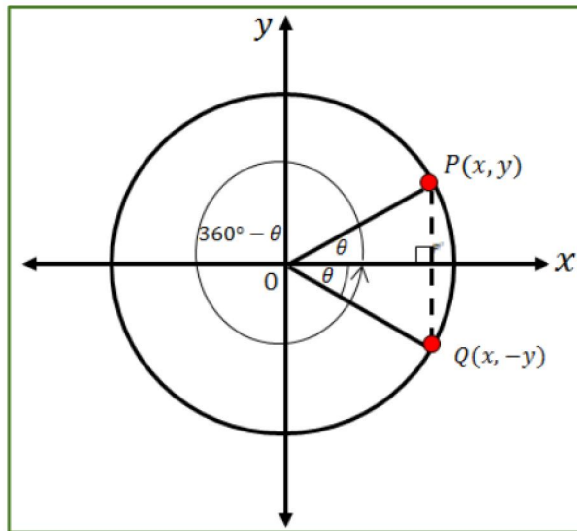
BAGIAN 2. SUDUT BERELASI PADA KUADRAN IV

Sudut θ untuk $0^0 < x < 90^0$, memiliki relasi dengan sudut-sudut di kuadran IV meliputi relasi sudut θ dengan sudut $(270^0 + \theta)$ atau relasi sudut sudut θ dengan sudut $(360^0 + \theta)$.

a) Relasi sudut θ dengan sudut $(270^0 + \theta)$
Berdasarkan data di atas, maka diperoleh:

Diketahui sebuah lingkaran yang berpusat di titik O(0,0) dan berjari-jari r, titik P(x,y) dan $\theta = \angle POP'$.
Untuk mendapatkan relasi sudut θ dengan sudut $(270^0 + \theta)$ maka cerminkan titik P(x,y) terhadap garis y = x dan dilanjutkan pencerminan terhadap sumbu-x.

Nilai Perbandingan Trigonometri		Kesimpulan
Sudut θ dengan P(a,b)	Sudut $(270^0 + \theta)$ dengan Q'(y, -x)	Relasi sudut θ dengan sudut $(270^0 + \theta)$
$sin\,\theta = \frac{y}{r}$	$sin\ (270^0 + \theta) = -\frac{x}{r}$	$sin\ (270^0 + \theta) = -cos\,\theta$
$cos\,\theta = \frac{x}{r}$	$cos\ (270^0 + \theta) = \frac{y}{r}$	$cos\ (270^0 + \theta) = sin\,\theta$
$tan\,\theta = \frac{y}{x}$	$tan\ (270^0 + \theta) = -\frac{x}{y}$	$tan\,(270^0 + \theta) = -\frac{1}{tan\,\theta}$

Dari tabel di atas terdapat beberapa perbandingan trigonometri sudut θ dengan sudut $(270^0 + \theta)$ yang bernilai sama dibedakan tanda negatif atau positifnya

b) Relasi sudut θ dengan sudut $(360^0 - \theta)$
Berdasarkan data di atas, maka diperoleh:

Diketahui sebuah lingkaran yang berpusat di titik O(0,0) dan berjari-jari r, titik P(x,y) dan $\theta = \angle POP'$.
Untuk mendapatkan relasi sudut θ dengan sudut $(360^0 - \theta)$ maka cerminkan titik P(x,y) dicerminkan terhadap sumbu-x.

Diketahui sebuah lingkaran yang berpusat di titik O(0,0) dan berjari-jari r, titik P(x,y) dan $\theta = \angle POP'$
Untuk mengetahui relasi sudut θ dengan sudut $(180^0 - \theta)$, maka titik P(x, y) diputar sejauh 90^0 berlawanan arah jarum jam.

Berdasarkan di atas, maka diperoleh:

Nilai Perbandingan Trigonometri		Kesimpulan
Sudut θ dengan P(a,b)	Sudut $(360^0 - \theta)$ dengan Q'(y, -x)	Relasi sudut θ dengan sudut $(270^0 + \theta)$
$sin\,\theta = \frac{y}{r}$	$sin\;(360^0 - \theta) = -\frac{y}{r}$	$sin\;(360^0 - \theta) = -sin\,\theta$
$cos\,\theta = \frac{x}{r}$	$cos\;(360^0 - \theta) = \frac{x}{r}$	$cos\;(360^0 - \theta) = cos\,\theta$
$tan\,\theta = \frac{y}{x}$	$tan\;(360^0 - \theta) = -\frac{y}{x}$	$tan\,(360^0 - \theta) = -tan\,\theta$

Dari tabel di atas terdapat beberapa perbandingan trigonometri sudut θ dengan sudut $(360^0 - \theta)$ yang bernilai sama dibedakan tanda negatif atau positifnya

C. Rangkuman

Berdasarkan pembahasan di atas, maka sudut-sudut berelasi pada kuadran I dan II dapat disimpulkan sebagai berikut:

KUADRAN III

$Sin\;(270^0 - \theta) = -Cos\,\theta$
$Cos\;(270^0 - \theta) = -Sin\,\theta$
$Tan\;(270^0 - \theta) = \frac{1}{Tan\,\theta}$

$Sin\;(180^0 + \theta) = -Sin\,\theta$
$os\;(180^0 + \theta) = -Cos\,\theta$
$an\;(180^0 + \theta) = Tan\,\theta$

KUADRAN IV

$Sin\;(270^0 + \theta) = -Cos\,\theta$
$Cos\;(270^0 + \theta) = Sin\,\theta$
$Tan\,(270^0 + \theta) = -\frac{1}{Tan\,\theta}$

$Sin\;(360^0 - \theta) = -Sin\,\theta$
$Cos\;(360^0 - \theta) = Cos\,\theta$
$Tan\,(360^0 - \theta) = -Tan\,\theta$

D. Latihan Soal

Agar kalian lebih terampil dalam menentukan nilai trigonometri pada sudut-sudut yang berelasi pada kuadran III dan IV, maka pelajari beberapa latihan soal dibawah ini.

1. Tentukan nilai dari sin 240^0
2. Tentukan nilai dari cos $\left[-\frac{4}{3}\pi\right]$
3. Tentukan nilai dari $sin\;240^0 + cos\;315^0$

4. Tentukan nilai dari $sin\ \left(\frac{13}{3}\pi\right)\ .cos\ \left(\frac{11}{6}\pi\right)$
5. Tentukan nilai dari $cos\ 330^0 . sin\ [-210]^0 -\ tan\ (-315)^0\ .cot\ (-330)^0$
6. Diketahui $tan\ a = \frac{2}{3}$ dan a berada dikuadran III, maka tentukan nilai dari $\frac{cos\ a+6\ sin\ a}{3\ sin\ a-cos\ a}$
7. Nilai dari tan 2100^0 adalah ….
8. Diketahui tan 25 = p, maka tentukan nilai dari $\frac{tan\ 205^0 - tan\ \ 115^0}{tan\ 245^0 + tan\ \ 335^0}$

PEMBAHASAN

No	Pembahasan	Skor Maksimal
1.	sin 240^0 = sin (180 + 60) = - sin 60 = $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$	10
2.	$\cos\left(-\frac{4}{3}\pi\right) = cos\ \left(-\frac{4}{3}.180\right) = cos(-240)$ $= cos\ (360-240) = cos\ (120) = -cos\ 60 = -\frac{1}{2}$	10
3.	$sin\ 240^0 + cos\ 315^0$ = sin (180 + 60) + cos (360-45) = - sin 60 + cos 45 $= -\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{1}{2}(\sqrt{2}-\sqrt{3})$	10
4.	$sin\left(\frac{13}{3}\pi\right).cos\left(\frac{11}{6}\pi\right) = sin\ (780)\ .cos\ (330)$ $= sin\ (780-2.360).cos\ 30$ $= sin\ 60\ .cos\ 30 = \frac{1}{2}\sqrt{3}.\frac{1}{2}\sqrt{3}$ $= \frac{3}{4}$	10
5.	$cos\ 330^0.sin\ [-210]^0 - tan\ (-315)^0\ .cot\ (-330)^0$ $= cos\ 30\ .sin\ 150 - tan\ 45.cot\ 30$ $= \frac{1}{2}\sqrt{3}.\frac{1}{2} - 1.\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{1}{4}\sqrt{3} - \sqrt{3} = -\frac{3}{4}\sqrt{3}$	10
6.	Karena a dikuadran III, maka nilai sin a < 0, dan cos a < 0. Karena nilai $tan\ a = \frac{2}{3}$, maka dengan menggunakan perbandingan rasio segitiga siku-siku diperoleh bahwa: $sin\ a = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2}{13}\sqrt{13}$, dan $cos\ a = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3}{13}\sqrt{13}$. Maka: $\frac{cos\ a + 6\ sin\ a}{3\ sin\ a - cos\ a} = \frac{\frac{3}{13}\sqrt{13} + 6.\frac{2}{13}\sqrt{13}}{3.\frac{2}{13}\sqrt{13} - \frac{3}{13}\sqrt{13}} = \frac{\frac{\sqrt{13}}{13}(3-12)}{\frac{\sqrt{13}}{13}(6-3)}$ $= \frac{-9}{3} = -3$	10
7.	tan 2100^0 = tan (5x360 + 300) = tan 300 = - tan 60 = $-\sqrt{3}$	10
8.	$\frac{tan\ 205^0 - tan\ 115^0}{tan\ 245^0 + tan\ 335^0} = \frac{tan\ 25 + tan\ 65}{tan\ 65 - tan\ 25}$ $= \frac{tan\ 25 - \frac{1}{tan\ 25}}{\frac{1}{tan\ 25} - tan\ 25} = \frac{p - \frac{1}{p}}{\frac{1}{p} - p} = \frac{(p^2-1)}{(1-p^2)} = -1$	10
	Jumlah Skor	80
	Jumlah Nilai	$\frac{skor}{Jumlah\ Skor}\ x\ 100$

E. Penilaian Diri

Berilah tanda ceklist (V) pada kotak yang kalian anggap paling sesuai. Setelah mempelajari dan mengerjakan pembelajaran 2 pada modul ini, bagaimana penguasaan kalian terhadap materi-materi berikut:

No	Materi	Tidak Menguasai	Kurang Menguasai	Menguasai
1	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi di kuadran III dalam bentuk sudut $(180 - x)^0$			
2.	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi di kuadran III dalam bentuk sudut $(270 - x)^0$			
3.	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi di kuadran IV dalam bentuk sudut $(270 + x)^0$			
4.	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi di kuadran IV dalam bentuk sudut $(360 – x)^0$			

Catatan:

1. Jika soal latihan kalian memperoleh nilai <70% maka kembali pelajari dan ulang kembali pembelajaran 2 dari awal.
2. Jika dari ceklist yang kalian buat <70% tidak atau kurang dikuasai, maka kembali pahami dan ulang kembali kegiatan pembelajaran 2 dari awal.

KEGIATAN PEMBELAJARAN 3
SUDUT LEBIH BESAR DARI 360^0 DAN SUDUT NEGATIF

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 3 ini diharapkan dapat:

1. Menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut-sudut yang berelasi dengan sudut lebih besar dari 360^0
2. Menentukan nilai perbandingan trigonometri sudut-sudut yang berelasi dengan sudut negatif.

B. Uraian Materi

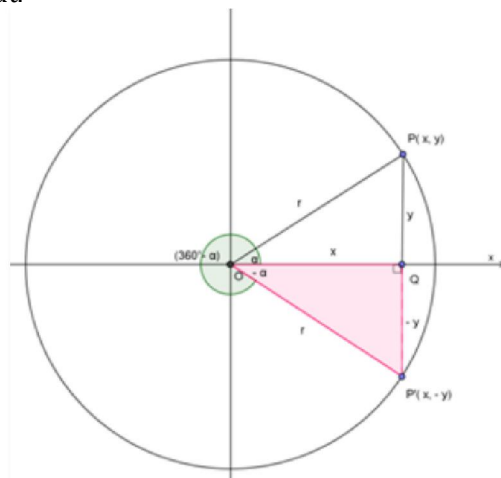
BAGIAN 1. SUDUT LEBIH BESAR DARI 360^0

Kita ketahui bahwa besar sudut dalam satu kali lingkaran adalah 360^0. Maka jika kita mempunyai sudut yang besarnya lebih dari 360^0 sudut tersebut harus diubah terlebih dahulu menjadi bentuk $(\alpha + k.360^0)$, dengan k = 1, 2, 3, 4, …..

Dengan demikian diperoleh bahwa:
1. $sin\ (\alpha + k.360^0) = sin\ \alpha$
2. $cos\ (\alpha + k.360^0) = cos\ \alpha$
3. $tan\ (\alpha + k.360^0) = tan\ \alpha$

Contoh.
1. $sin\ (750^0) = sin\ (30 + 2\ x\ 360)^0 = sin\ 30^0 = \frac{1}{2}$
2. $cos\ (1500^0) = cos\ (60 + 4\ x\ 360)^0 = cos\ 60^0 = \frac{1}{2}$

BAGIAN 2. SUDUT NEGATIF

Perhatikan gambar berikut.

Pada gambar di atas diperoleh bahwa pada ∠QOP = α yang berlawanan arah dengan jarum jam. Sedangkan ∠QOP' = $-\alpha$ adalah sudut yang berlawanan dengan arah jarum jam. Ingat kembali bahwa satu putaran lingkaran besarnya adalah 360^0.

Maka diperolah bahwa:

1. $sin\ (-\alpha) = sin\ (360^0 - \alpha)$. Karena sudut $(-\alpha)$ berada dikuadran IV, maka nilai sinus bernilai negatif, maka diperoleh bahwa nilai $sin\ (-\alpha) = sin\ (360^0 - \alpha) = -sin\ \alpha$
2. $cos\ (-\alpha) = Cos\ (360^0 - \alpha)$. Karena sudut $(-\alpha)$ berada dikuadran IV, maka nilai cosinus bernilai positif, maka diperoleh bahwa nilai $cos\ (-\alpha) = cos\ (360^0 - \alpha) = cos\ \alpha$
3. $tan\ (-\alpha) = tan\ (360^0 - \alpha)$. Karena sudut $(-\alpha)$ berada dikuadran IV, maka nilai tangen bernilai negatif, maka diperoleh bahwa nilai $tan\ (-\alpha) = tan\ (360^0 - \alpha) = -\ tan\ \alpha$

Contoh.

1. $sin\ (-45^0) = -sin\ 45^0 = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$
2. $cos\ (-225^0) = cos\ 225^0 = cos\ (180 + 45) = -cos\ 45^0 = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$
3. $tan\ \left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -tan\ \frac{5\pi}{6} = -tan\ \left(\pi - \frac{5\pi}{6}\right) = -tan\ \frac{5\pi}{6} = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$

C. Rangkuman

1. Jika sudut A lebih besar dari 360, mak asudut A harus diubah terlebih dahulu sehingga berbentuk $(\alpha + k.360^0)$, dengan k = 1, 2, 3, 4, ….., sehingga diperoleh bahwa:

$$sin\ (\alpha + k.360^0) = sin\ \alpha$$
$$cos\ (\alpha + k.360^0) = cos\ \alpha$$
$$tan\ (\alpha + k.360^0) = tan\ \alpha$$

2. Jika sudut A adalah sudut negatif, maka artinya sudut A berlawanan arah dengan jarum jam. Sehingga diperoleh bahawa:

$$sin\ (-\alpha) = -sin\ \alpha$$
$$cos\ (-\alpha) = cos\ \alpha$$
$$tan\ (-\alpha) = -tan\ \alpha$$

D. Latihan Soal

Untuk lebih memahami materi terkait dengan nilai rasio trigonometri untuk sudut yang berelasi dengan besar sudut lebih besar dari 360^0 dan sudut negatif, maka kerjakan soal-soal di bawah ini sebagai latihan.

1. Nilai dari Sin 480^0 = ….
   A. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   B. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   C. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

E. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$

2. Nilai $cos\ (-1530^0).tan\ (2010^0) = \cdots$.
   A. -1
   B. 0
   C. $\frac{1}{4}\sqrt{3}$
   D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   E. $\frac{3}{2}$

3. Nilai sin 150^0 + cos 510^0 + tan 4110^0 – tan 210^0 adalah ….
   A. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$
   B. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}$
   C. $\frac{1}{2} - \frac{7}{6}\sqrt{3}$
   D. $\frac{1}{2} + \frac{7}{6}\sqrt{3}$
   E. $\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}$

4. Nilai $sin\ \left(-\frac{\pi}{2}\right)$ adalah ….
   A. -1
   B. $-\frac{1}{2}$
   C. 0
   D. $\frac{1}{2}$
   E. 1

5. Nilai dari $cos\ 150^0 + sin\ 45^0\ + \frac{1}{2}cot\ (-330^0) = \ldots$.
   A. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   B. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
   D. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
   E. 1

PEMBAHASAN

1. Jawaban : A
   Pembahasan:
   sin 480^0 = sin ($1 \times 360^0 + 120^0$) = sin 120^0 = - sin 60^0 = $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
2. Jawaban : B
   Pembahasan:
   Ingat bahwa cos _(-a) = cos a.
   $$cos\ (-1530^0).tan\ (2010^0) = cos\ (4.360^0 + 90^0).tan\ (5\ x\ 360^0 + 210^0)$$
   $$= cos\ 90^0\ .tan\ 30^0 = 0\ x\ \frac{1}{3}\sqrt{3} = 0$$
3. Jawaban: C
   Pembahasan:
   sin 150^0 + cos 510^0 + tan 4110^0 – tan 210^0 =
   sin 150^0 + cos ($360^0 + 150^0$) + tan ($11 \times 360^0 + 150^0$)– tan 210^0 =
   = sin 150^0 + cos 150^0 + tan 150^0 – tan 210^0
   $= \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) - \frac{1}{2}\sqrt{3} - \left(\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)$
   $= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{2}{2}\sqrt{3} = \frac{1}{2} - \frac{7}{6}\sqrt{3}$

4. Jawaban : A
   Pembahasan:
   $$sin\ \left(-\frac{\pi}{2}\right) = -sin\ \frac{\pi}{2} = -1$$
5. Jawaban : C
   Pembahasan :
   $$cos\ 150^0 + sin\ 45^0 + \frac{1}{2}\ cot\ (-330^0) = -cos\ 30^0 + sin\ 45^0 - \frac{1}{2}\frac{1}{tan\ 330^0}$$
   $$= -\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}.\frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} = -\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

E. Penilaian Diri

Berilah tanda ceklist (V) pada kotak yang kalian anggap paling sesuai. Setelah mempelajari dan mengerjakan pembelajaran 3 pada modul ini, bagaimana penguasaan kalian terhadap materi-materi berikut:

No	Materi	Tidak Menguasai	Kurang Menguasai	Menguasai
1	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi dengan besar sudut lebih dari 360^0			
2.	Menentukan nilai trigonometri sudut berelasi dengan besar sudut negatif			

Catatan:

1. Jika soal latihan kalian memperoleh nilai <70% maka kembali pelajari dan ulang kembali pembelajaran 3 dari awal.
2. Jika dari ceklist yang kalian buat <50% tidak atau kurang dikuasai, maka kembali pahami dan ulang kembali kegiatan pembelajaran 3 dari awal.

EVALUASI

PILIHLAH JAWABAN YANG BENAR

1. Nilai dari cos 75°– sin 165° adalah …
   A. $\frac{1}{4}\sqrt{2}$
   B. 0
   C. $\frac{1}{4}\sqrt{6}$
   D. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
   E. 1
2. Nilai dari $\frac{sin\ 70^0\ sec\ 140^0.tan\ 50^0}{cos\ 20^0.sec\ 40^0.tan\ 130^0} = \cdots$
   A. -1
   B. 0
   C. 1
   D. Tan 20^0
   E. Sec 20^0
3. Nilai dari sin 75 – cos 15 + cos 45 = …
   A. $\sqrt{3}$
   B. $\sqrt{2}$
   C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
   D. $\frac{1}{3}\sqrt{2}$
   E. 1
4. Nilai dari $\frac{sin\ 75°-sin\ 15°}{cos\ 105°+cos\ 15°}$= ….
   A. $-\sqrt{3}$
   B. $-\sqrt{2}$
   C. $\frac{1}{3}$
   D. 2
   E. -1
5. Nilai cos 1110^0 adalah ….
   A. $\sqrt{3}$
   B. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   C. $-\sqrt{3}$
   D. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
   E. $\frac{1}{2}$
6. Hasil dari $\frac{\sin 27^\circ + \sin 63^\circ}{\cos 138^\circ + \cos 102^\circ}$ = …
   A. $-\sqrt{2}$
   B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
   C. 1
   D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
   E. $\sqrt{2}$

7. Nilai dari $\frac{sin\ 150^0 + sin\ 120^0}{cos\ 120^0 - cos\ 300^0} = \ldots$
   A. $\frac{1}{2}\left(-1 - \sqrt{3}\right)$
   B. -1
   C. $\frac{1}{2}\left(2 - \sqrt{3}\right)$
   D. 1
   E. $2 + \sqrt{3}$
8. Jika $cot\ 54^0 = \frac{1}{x}$, maka $cot\ 36^0 = \cdots$
   A. x
   B. $-x$
   C. $\frac{1}{x-1}$
   D. $\frac{1}{x+1}$
   E. $x - 1$
9. $tan\ \alpha = \frac{4}{3}$ dengan $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, maka $cos\ \alpha - sin\ \alpha = \cdots$
   A. $-\frac{2}{5}$
   B. $\frac{1}{5}$
   C. $-\frac{1}{5}$
   D. $\frac{7}{5}$
   E. $-\frac{1}{5}$
10. Jika tan 40^0 = a maka nilai dari $\frac{tan\ 140^0 - tan\ 130^0}{1 + tan\ 140^0 . tan\ 130^0} = \cdots$
   A. $\frac{1+a^2}{a}$
   B. $\frac{1-a^2}{a}$
   C. $\frac{1+a^2}{2a}$
   D. $\frac{1-a^2}{2a}$
   E. $\frac{\sqrt{1-a^2}}{2a}$
11. Jika a = 210^0, maka:
   1) $2\ (sin\ a + cos\ a) = 1 + \sqrt{3}$
   2) $tan\ a + cot\ a = \frac{4}{3}\sqrt{3}$
   3) $sin\ a + cos\ a = -\left(1 + \sqrt{3}\right)$
   4) $cosec\ a + sec\ a = -\frac{2}{3}\left(3 + \sqrt{3}\right)$

   Pernyataan yang benar adalah ….
   A. 1), 2) dan 3)
   B. 1) dan 3)
   C. 2) dan 4)
   D. 4) saja
   E. Semua pernyataan benar
12. Nilai dari $\frac{sin\ 30 + cos\ 330}{tan\ 45 + cos\ 210} = \cdots$.
   A. $\left(\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}\right)$
   B. $\left(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{6}\right)$
   C. $-\left(\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}\right)$
   D. $-\left(\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2\sqrt{6}\right)$
   E. $-\left(\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{6}\right)$

13. Jika $sin\ x = \frac{1}{5}\sqrt{5}$, maka $cos\ x - 5cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 2sin(\pi - x) = \cdots$.
    A. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$
    B. $-\sqrt{5}$
    C. $\frac{1}{5}\sqrt{5}$
    D. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$
    E. $\frac{9}{5}\sqrt{5}$
14. Diketahui tan x = 2,4 dengan x berada di kuadran III. Nilai cos x adalah ….
    A. $-\frac{12}{13}$
    B. $-\frac{5}{13}$
    C. $\frac{3}{13}$
    D. $\frac{5}{13}$
    E. $\frac{12}{13}$
15. $\sin 300^0 + \cos 45^0 + \frac{1}{2}\tan(-300^0) = \ldots$.
    A. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
    B. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
    C. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
    D. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
    E. $\sqrt{2}$
16. $\tan(-45^0) + \sin 120^0 + \cos 225^0 - \cos 30^0 = \ldots$.
    A. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}$
    B. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}$
    C. $-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}$
    D. $-1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$
    E. $1 - \frac{1}{2}\sqrt{2}$
17. $tan\ x = \frac{1}{2}$ maka nilai dari $2\ sin\ x + sin\left(x + \frac{1}{2}\pi\right) + cos\ (\pi - x) = \cdots$.
    A. $\frac{1}{2}\sqrt{5}$
    B. 1
    C. $\frac{2}{5}\sqrt{5}$
    D. 0
    E. $-\frac{1}{5}\sqrt{5}$
18. Jika $cos\ x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ dan x terletak pada kuadran II, maka nilai tan x = ….
    A. $\sqrt{3}$
    B. $\frac{2}{5}$
    C. $\frac{1}{9}\sqrt{3}$
    D. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
    E. $-\sqrt{3}$

19. $\frac{sin\ 270.cos\ 135.tan\ 135}{sin\ 150.cos\ 225} = \cdots.$
    A. $-\frac{1}{2}$
    B. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$
    C. 1
    D. -2
    E. 2
20. cos 1200^0 setara dengan ….
    A. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
    B. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$
    C. $-\frac{1}{2}$
    D. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
    E. $\frac{1}{2}$

KUNCI JAWABAN.

1. B
2. C
3. C
4. E
5. E
6. D
7. A
8. A
9. B
10. D
11. D
12. C
13. E
14. B
15. C
16. D
17. C
18. D
19. D
20. C

DAFTAR PUSTAKA

2017. https://smatika.blogspot.com/2017/04/perbandingan-trigonometri-sudut-berelasi.html). April 22. Accessed September 16, 2020.

Research, Tim Quantum. 2020. *Super Master Pelajaran SMA/MA Kelas X Semester 1 dan 2 Saintek*. Bandung: Yrama Widya.

Sembiring, Suwah. 2009. *Matematika Dasar*. Bandung: Yrama Widya.

Sulistyowati, Nuning. n.d. *"Trigonometri*". Matematika.blogspot.com. Accessed September 16, 2020.

Tohari, Anas. n.d. "http://belajarmatematikadanfisika.blogspot.com/2013/01/grafik-fungsi-trigonometri.html." Modul Matematika Kelas X. Accessed September 16, 2020.